Concurso de Programación
Ada Byron

Fase local - UCM

Cuadernillo de problemas

Facultad
de
Informática

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE
MADRID

7 de febrero de 2020

In almost every computation a great variety of arrangements for the succession of the processes is possible, and various considerations must influence the selections amongst them for the purposes of a calculating engine. One essential object is to choose that arrangement which shall tend to reduce to a minimum the time necessary for completing the calculation.

Ada Byron

7 de febrero de 2020

Listado de problemas

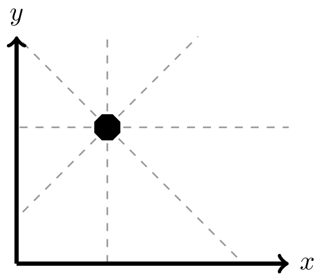
Autores de los problemas:

- Marco Antonio Gómez Martín (Universidad Complutense de Madrid)
- Pedro Pablo Gómez Martín (Universidad Complutense de Madrid)
- Manuel Montenegro Montes (Universidad Complutense de Madrid)
- Isabel Pita Andreu (Universidad Complutense de Madrid)
- Alberto Verdejo López (Universidad Complutense de Madrid)

A
Espantaperros

El *Espantaperros* (también conocida como *Torre de la Atalaya*) es una torre construida en el siglo XII que se encuentra en uno de los extremos de la Alcazaba de Badajoz. Existen varias teorías sobre el origen de este nombre tan peculiar. Por un lado, se cree que el fuerte y agudo sonido que emitía la campana situada en lo alto de la torre hacía huir a los perros. Por otro lado, la tradición popular cuenta que esta campana servía para avisar a los cristianos del comienzo del culto, lo cual espantaba al resto de habitantes de la zona, a los que denominaban *perros* por no seguir la fe cristiana. En cualquier caso, esta torre también tenía una finalidad militar, ya que su elevada altura permitía divisar a potenciales intrusos.

Vista desde arriba, la torre del Espantaperros tiene forma de octógono regular. Los vigilantes se colocaban en lo alto de la torre, de modo que podían tener una vista completa de todo lo que ocurría alrededor. Sin embargo, si las condiciones meteorológicas obligaran a ello, un vigilante tendría que bajar al interior de la torre y desde allí ponerse a vigilar a través de las estrechas ventanas que hay en cada pared. Ahí ya lo tendría mucho más complicado para detectar a los intrusos, porque la zona de visión del vigilante se limita a las ocho semirrectas que salen a través de las ventanas (ver figura). Suponemos que cada una de estas semirrectas es paralela a alguno de los ejes cartesianos, o bien forma un ángulo de 45° con alguno de ellos.



Entrada

La entrada consta de una serie de casos de prueba, cada uno en una línea. Cada caso consiste en cuatro números enteros comprendidos entre 0 y 10^9. Los dos primeros indican la posición en la que se encuentra la torre; los dos últimos indican la posición de un determinado intruso. El primer número de cada posición indica la coordenada en el eje x, mientras que el segundo indica la coordenada en el eje y. Suponemos que la torre y el intruso se encuentran en posiciones distintas.

La entrada finaliza con una línea que contiene cuatro ceros, caso que no deberá procesarse.

Salida

Por cada caso de prueba debe escribirse una línea con el texto `SI` si un vigilante situado en el interior de la torre puede detectar al intruso, o con el texto `NO` en caso contrario.

Entrada de ejemplo

```
0 2 0 4
1 2 3 1
1 2 4 5
0 0 0 0
```

Salida de ejemplo

```
SI
NO
SI
```

B
Simplificación adornada

Facundo Toriz A. (al que todos llaman cariñosamente *Fac*) es un profesor de matemáticas que siempre busca formas de sorprender a sus alumnos con los ejercicios que les pone. Cree que eso les animará a resolverlos, aunque no tiene pruebas concluyentes de que su esfuerzo sirva realmente para algo.

Está preparando una hoja de ejercicios para sus clases de simplificación de fracciones, y la verdad es que no está muy inspirado. Lo único que se le ha ocurrido es poner fracciones que tengan, juntando el numerador y el denominador, todos los dígitos del 1 al 9 exactamente una vez. Por ejemplo, se ha dado cuenta que:

$$\frac{2}{9} = \frac{3924}{17658} = \frac{7596}{34182}$$

de modo que en lugar de pedir que simplifiquen la aburrida 4/18 (que también da como resultado 2/9), va a ponerles alguna de las otras dos, que son mucho más vistosas.

El único problema es que sospecha que no todas las fracciones irreducibles pueden ser escritas de esa forma, aunque hay otras que se pueden escribir de más de una.

Entrada

La entrada consistirá en un número arbitrario de casos de prueba. Cada uno estará compuesto de dos números, N y D, separados por un espacio, que constituyen el numerador y el denominador de *la solución* del problema que nuestro amigo *Fac* quiere poner a sus alumnos. Se cumple que es una fracción irreducible (los números son primos entre sí), y que $0 < N < D < 1.000.000$.

La entrada termina con dos ceros.

Salida

Por cada caso de prueba el programa escribirá el número de formas de reescribir la fracción utilizando todos los dígitos del 1 al 9 sin repetir ninguno.

Entrada de ejemplo

```
2 9
3 10
1 5
0 0
```

Salida de ejemplo

```
2
0
12
```

C
Anillos de plástico

Aunque poco a poco se van reduciendo, los anillos de plástico que se utilizan para mantener juntas las latas de refresco en grupos son una maldición para las aves y la vida marina. Confundiéndolos por alimento, muchos especímenes terminan enredándose en ellos, sufriendo de por vida las consecuencias.

Las asociaciones ecologistas llevan décadas intentando concienciar del problema. Aparte de la solución obvia de reducir su uso en las plantas de envasado, a los consumidores se nos pide que, al menos, cortemos los anillos antes de desechar el plástico en el cubo de reciclaje. De esa forma se evitarán los enredos aunque, naturalmente, se seguirá incurriendo en la contaminación causada por el propio material.

Siempre que me enfrento a un plástico de anillos, tijera en mano, me hago la misma pregunta. ¿Cuál es el menor número de cortes que tengo que hacer para eliminarlos todos?

Entrada

Cada caso de prueba comienza con un número $1 \leq n \leq 100$, indicando cuántos puntos de unión entre diferentes tiras de plástico hay en el conjunto. A continuación viene la información de esas tiras de plástico, indicando el punto de unión inicial y final que juntan (ambos números entre 1 y n).

La lista de tiras de plástico termina con dos ceros.

Ten en cuenta que a veces alguien ha empezado el trabajo por mí y ha realizado ya algunos cortes, aunque el plástico siempre formará una única pieza.

La entrada termina con un `0`.

Salida

Por cada caso de prueba el programa escribirá el menor número de cortes que tenemos que realizar para evitar que la fauna se enrede en los anillos de plástico. Los puntos de unión se consideran despreciables, por lo que únicamente se pueden cortar las tiras.

Entrada de ejemplo

```
4
1 2
2 1
1 3
3 1
2 4
4 2
4 3
4 3
0 0
2
1 2
0 0
0
```

Salida de ejemplo

```
5
0
```

D
Evitando tropiezos

Aunque las escaleras son para niños y ancianos un reto que puede llegar a intimidarles, para la mayoría de la gente sin problemas de movilidad constituyen solo un mero obstáculo que puede ser superado mientras se habla, se corre o incluso se mira el móvil.

Pero para tener garantías de que esto es así, los arquitectos dedican parte de su tiempo a decidir el tamaño de la huella (la parte plana de un peldaño), de la contrahuella (la altura de un escalón) y la relación entre ellas. La fórmula de François Blondel, por ejemplo, les dice, desde 1675, el rango en el que debe moverse la suma de dos contrahuellas y una huella para que la escalera final sea armoniosa y amigable de ascender.

Una consideración mucho menos conocida dice que, para evitar tropiezos, la diferencia entre las contrahuellas de dos peldaños consecutivos no debe superar un determinado umbral. Al fin y al cabo, cuando levantamos la pierna para superar el siguiente escalón, nuestro subconsciente lo hace en relación al esfuerzo realizado para subir el último, y una variación grande puede hacernos tropezar.

Además, para que la escalera no quede demasiado irregular, también se suele imponer una diferencia máxima entre las contrahuellas de cualquier pareja de escalones. De otro modo, podríamos terminar teniendo peldaños muy grandes y muy pequeños, que generan una sensación de inestabilidad al mirar a la escalera en conjunto y la hacen, además, poco ergonómica.

Entrada

Cada caso de prueba comienza con tres números, c, m y n. El primero indica la diferencia máxima permitida entre las contrahuellas de dos peldaños consecutivos. Por su parte, el segundo indica la diferencia máxima permitida entre dos peldaños cualesquiera. Se cumple que $0 \leq c \leq m \leq 10^6$. El último, $2 \leq n \leq 200.000$, indica el número de peldaños en la escalera.

A continuación aparece, en otra línea, un primer número indicando la altura del inicio de la escalera, respecto a algún punto de referencia indeterminado (la calle, el nivel del mar, ...). Después, vendrán n números más, con la altura a la que se encuentra cada peldaño, incluído el último que marca el fin de la escalera. Se garantiza que los números serán siempre crecientes y menores que 10^9.

La entrada termina con tres ceros.

Salida

Por cada caso de prueba se escribirá "`Ok`" si la escalera es correcta y "`Tropiezo`" si no lo es.

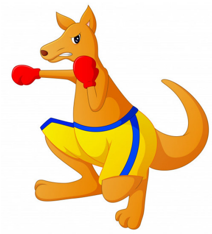
Entrada de ejemplo

```
1 10 4
100 120 141 161 180
1 3 5
0 1 3 6 10 15
0 0 0
```

Salida de ejemplo

```
Ok
Tropiezo
```

E
Como el rosario de la aurora



En mi oficina vamos a terminar todos como el rosario de la aurora. A lo largo de los años se han ido produciendo confrontaciones entre compañeros (que si uno se ha llevado la tartera de otro con sus macarrones, que si una pone el termostato muy alto, que si otro le ha quitado la novia al uno, etc.) que han ido construyendo una intrincada red de enemistad.

Tras un tiempo de análisis he llegado a la conclusión de que las relaciones de amistad y odio se rigen por las siguientes propiedades:

- *Simetría*: Si A es amigo de B, entonces B es amigo de A. Similarmente, si A es enemigo de B, entonces B es enemigo de A.
- *Transitividad de la amistad*: Si A es amigo de B, los amigos de B son también amigos de A y los enemigos de B son también enemigos de A.
- *Anti-transitividad de la enemistad*: Si A es enemigo de B, los amigos de B son enemigos de A y los enemigos de B son amigos de A.

La Señora Luisa, la más antigua y cotilla del lugar, se acuerda de todas las peleas producidas en la oficina a lo largo de la historia.

El mes próximo es el cumpleaños del jefe y me han encargado que le organice una fiesta. Como le encanta que le hagan la pelota, tengo que conseguir que venga el mayor número de personas, aunque el local donde se celebrará la fiesta tiene un aforo que no podremos superar. Debido a las enemistades, sé que cualquiera en la oficina solamente aceptará la invitación si todos sus amigos son también invitados y no se invita a ninguno de sus enemigos. ¿Me ayudas a averiguar cuál es el máximo número de personas que puedo invitar de tal forma que todos acepten la invitación?

Entrada

La entrada consta de diversos casos de prueba. Para cada caso, la primera línea contiene tres números: el número N de personas en la oficina ($1 \leq N \leq 1.000$); el número P de peleas (entre dos personas) que la señora Luisa recuerda ($0 \leq P \leq 10.000$); y el aforo A del local donde celebraremos la fiesta ($1 \leq A \leq 1.000$). A continuación aparecen P líneas, cada una con dos enteros entre 1 y N que representan las personas que se enfrentaron. Las relaciones de amistad y enemistad inducidas por estas peleas cumplen las propiedades arriba indicadas.

Salida

Para cada caso de prueba se escribirá en una línea independiente el número máximo de personas que puedo invitar con la seguridad de que todas acudirán a la fiesta y de que no se supera el aforo del local.

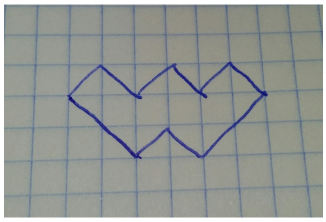
Entrada de ejemplo

```
9 6 7
1 3
2 1
1 4
5 6
6 7
7 8
```

Salida de ejemplo

```
6
```

F
Diagoland



En *Diagoland* los niños en el colegio aprenden a escribir en *cursiva*, les cuesta mucho entender el concepto de *ángulo recto*, tienen mucha manía a Pitágoras y prefieren los rombos a los rectángulos.

Curiosamente, sin embargo, utilizan hojas de cuadros. Pero cuando hacen dibujos sobre ellos no utilizan líneas horizontales ni verticales, sino diagonales.

Dada una hoja de cuadros con varios polígonos (que no se tocan), ¿cuál es su área total?

Entrada

La entrada está compuesta por distintos casos de prueba terminados por una línea con dos ceros.

Cada caso de prueba comienza con una línea con dos números que indican el tamaño de la hoja de cuadros donde están los polígonos; el primero indica el ancho y el segundo el alto. Ninguno de los dos números será superior a 100.

A continuación aparece el dibujo. Los caracteres posibles son las dos barras diagonales que se utilizan para marcar los límites de cada polígono y el punto (“`.`”) para indicar cuadrados vacíos.

Los polígonos nunca comparten lados ni vértices. Se garantiza, además, que ningún polígono queda completa ni parcialmente contenido en otro.

Salida

Por cada caso de prueba se escribirá un único número con la suma del área de todos los polígonos del dibujo medida en número de cuadrados.

Entrada de ejemplo

```
6 3
/\/\/\
\..../
.\/\/.
6 5
../\..
/\\//\
\.\/./
.\../.
..\/..
0 0
```

Salida de ejemplo

```
10
12
```

G
Recaudación de la taquilla

Esto del cine está fatal. Con tanta televisión por cable la gente cada vez viene menos, y la recaudación de la taquilla no llega ni para cubrir gastos. El gerente quiere que eso cambie y se le ha ocurrido la siguiente estrambótica idea: el coste de una entrada será igual al número de asientos libres en la fila seleccionada en el momento de la compra. Pretende embaucar a los clientes haciéndoles creer que así estarán más cómodos (a mí me da que no se lo van a creer...).

Lo que ocurre es que la gente que tiene abono anual tiene preferencia, entran antes al cine y se sientan como quieren, por lo que la ocupación de las filas cuando se empieza a vender entradas en taquilla no es uniforme.

Conociendo esta distribución inicial por filas, ¿nos ayudas a calcular cuánto es lo máximo que podemos recaudar hoy vendiendo entradas a la gente que está esperando para comprarlas? El taquillero es quien tiene la potestad de elegir dónde sienta a cada nuevo cliente y las entradas se venden siempre de una en una.

Entrada

En la entrada aparecen una serie de casos de prueba. Cada caso consta de dos líneas. En la primera aparecen tres números: el número F de filas que tiene el cine ($1 \leq F \leq 100.000$), el número A de asientos en cada fila (todas las filas son iguales, y $1 \leq A \leq 100.000$) y el número C de clientes en la cola esperando a comprar una entrada ($0 \leq C \leq 1.000.000$). En la siguiente línea aparecen F números (entre 0 y A), separados por espacios, indicando el número de asientos ocupados de cada fila, desde la más cercana a la pantalla a la más lejana, cuando comienza la venta de entradas.

Salida

Por cada caso de prueba se escribirá una línea que contenga la máxima recaudación que podemos obtener si seguimos la ocurrente estrategia propuesta por el gerente. Obviamente, si el cine se llena antes de que la cola de clientes se termine, la taquilla cerrará y esos clientes lamentablemente se quedarán sin entrada.

Entrada de ejemplo

```
4 4 2
4 2 1 3
1 5 6
0
```

Salida de ejemplo

```
5
15
```

H
Choques en el carril bici

Los carriles bici (en algunos sitios conocidos como ciclovías) son carriles destinados a la circulación *en exclusiva* de bicicletas. Dependiendo de la planificación urbanística y del presupuesto, su calidad puede variar. Por ejemplo, los hay que están pintados con un color distinto para diferenciarlos, hay algunos con una línea central para delimitar los dos sentidos, existen los que disponen de una buena separación entre el carril y la calzada que hay a su lado, etc.

No obstante, todo esto es calidad "sobre el papel". En la práctica los carriles bici más cotizados, los que buscamos todos los aficionados a dar pedales, los carriles soñados por cualquier planificador de urbanismo, los carriles, en definitiva, de mayor calidad son los que, una vez en funcionamiento, están libres de peatones.

En nuestra región hace unos años inauguraron un carril bici que todavía estamos pagando con nuestros impuestos y que sirve para unir los distintos pueblos de la zona. Sobre el papel el diseño del carril era perfecto: vallas a los lados para evitar que los coches pudieran invadirlo, asfalto de calidad y línea discontinua central delimitando los dos carriles, uno por sentido. La pega: está lleno de jubilados dando el paseo. Tanto es así que todos los ciclistas nos agolpamos en uno de los sentidos sin atrevernos a invadir el otro.

Esto provoca situaciones de peligro constantes. Tanto si viene alguien de frente como si vas a mayor velocidad que otro ciclista en tu misma dirección y quieres adelantarle, solo hay dos opciones: o bien te chocas con el ciclista, o bien invades la otra mitad del carril llena de peatones.

Lejos de intentar evitar el problema multando a los viandantes para que dejen de ocupar un espacio que no les corresponde, el ayuntamiento de mi pueblo ha decidido detectar los accidentes con antelación para llegar cuanto antes a socorrer a los heridos. Gracias a las cámaras de seguridad instaladas, conoce en cada momento la posición y velocidad de todos los ciclistas que hay en el tramo del carril que atraviesa el pueblo. La pregunta ahora es saber en qué momento ocurrirá la primera colisión.

Entrada

Cada caso de prueba ocupa dos líneas. La primera contiene un número n con el número total de ciclistas que hay en la sección del carril vigilada ($1 \leq n \leq 300.000$). A continuación aparece una línea con n parejas de números, uno por ciclista. De cada pareja, el primer número representa la posición y el segundo la velocidad del ciclista, ambos enteros.

Las posiciones están medidas con respecto a la plaza del pueblo por la que pasa el carril y pueden ser tanto negativas como positivas aunque el valor absoluto nunca superará 10^9. Las velocidades también pueden tener ambos signos para representar ambos sentidos y su valor absoluto no supera nunca el millar.

Al último caso le sigue una línea con un 0 que no debe procesarse.

Salida

Por cada caso de prueba se escribirá el momento en el que ocurre la primera colisión. Para evitar problemas de precisión escribiremos únicamente la parte entera. O, definiéndolo formalmente, si la colisión ocurre en el instante t escribiremos el número entero s tal que $s \leq t < s{+}1$.

En caso de no producirse ninguna colisión se escribirá `SIN COLISION`.

Entrada de ejemplo

```
2
-2 1 2 -1
2
-2 1 2 1
4
10 -1 -10 1 2 1 2 3
2
1 2 6 -1
0
```

Salida de ejemplo

```
2
SIN COLISION
0
1
```

I
Megaautopista de Oriente

La megaautopista de Oriente está terminada y a punto de estrenarse. A lo largo de sus miles de kilómetros hay áreas de descanso ya habilitadas. Las autoridades han abierto un concurso para la explotación de dichas áreas, y en particular para la construcción de restaurantes que sirvan de esparcimiento gastronómico a los usuarios de la autopista. Para evitar el monopolio han puesto una condición: una misma empresa no podrá tener dos restaurantes a menos de K kilómetros de separación.

En la compañía de restaurantes *Le Nouvelle Kebab* están muy interesados en esta oportunidad de expansión y van a apostar fuerte por conseguir un buen negocio. Han hecho un estudio y valorando cada área de descanso según su posición, las poblaciones cercanas, la cantidad de tráfico previsto, las vistas, etc., han estimado cuál sería el beneficio medio diario en cada área de descanso.

Ahora quieren saber dónde deberían construir sus restaurantes para maximizar el beneficio obtenido, sabiendo que tienen que respetar la restricción sobre separación entre restaurantes.

Entrada

La entrada está formada por diversos casos de prueba. Cada caso se describe en tres líneas: en la primera aparece el número N de áreas de descanso de la megaautopista ($1 \leq N \leq 300.000$) y los kilómetros K de separación mínima entre restaurantes de la misma empresa ($1 \leq K \leq 1.000.000$); en la segunda línea aparecen los N puntos kilométricos donde están localizadas esas áreas de descanso, en orden y medidos todos desde el comienzo de la megaautopista (esta nunca tendrá más de 10.000.000 de kilómetros); y en la tercera aparecen los N beneficios estimados, uno por área, en el mismo orden (los beneficios por área nunca son mayores que 1.000).

Salida

Por cada caso de prueba se escribirá una línea con el máximo beneficio que puede obtener la compañía de restaurantes según su estimación y respetando la restricción de separación entre restaurantes.

Entrada de ejemplo

```
3 15
10 20 30
20 40 10
3 10
10 20 30
20 40 10
```

Salida de ejemplo

```
40
70
```